

Capitolo Uno
TIMSS 2007
Quadro di riferimento
di matematica

dal volume:
"TIMSS 2007
Assessment Frameworks"

a cura di
Anna Maria Caputo, Cristiano Zicchi

© Copyright 2005 IEA

International Association for the Evaluation of Educational Achievement

TIMSS 2007 Assessment Frameworks / by Ina V.S. Mullis, Michael O. Martin, Graham J. Ruddock, Christine Y. O'Sullivan, Alka Arora, Ebru Erberber, Anna Maria Caputo, Cristiano Zicchi

Editore:

TIMSS & PIRLS International Study Center
Lynch School of Education, Boston College

Numero scheda nel catalogo della Library of Congress:
2005921005

ISBN:

1-889938-39-4

Per ulteriori informazioni su TIMSS contattare:

TIMSS 2007

INVALSI

via Borromini, 5

00044 Frascati RM

T 06 94185 276

F 06 94185 202

timss2007@invalsi.it

Panoramica

Gli studenti dovrebbero essere educati a riconoscere la matematica come un'immensa conquista dell'umanità e ad apprezzare la sua natura. Tuttavia, apprendere la matematica per interesse personale non è probabilmente la motivazione più convincente per includere questa materia, a livello universale, nei programmi scolastici. Le motivazioni principali per inserire la matematica tra le materie fondamentali del percorso scolastico comprendono una sempre maggiore consapevolezza che un'efficace formazione come cittadino e il successo nella vita lavorativa sono supportati in misura notevole dalla conoscenza e, ancora più importante, dalla capacità di utilizzare i calcoli matematici. Il numero di professioni che richiedono un elevato livello di competenza in matematica o le modalità matematiche di pensare, si sono sviluppate con il progresso della tecnologia e con i metodi di gestione moderni.

Questo capitolo contiene il quadro di riferimento delle valutazioni del TIMSS 2007 per la matematica nella classe quarta primaria e nella classe terza secondaria di I grado. In entrambe queste classi, il quadro di riferimento TIMSS 2007 per la valutazione è organizzato in due dimensioni: una dimensione dei contenuti in cui vengono specificati i domini o gli argomenti da analizzare in matematica (ad esempio, numero, algebra, geometria, dati e probabilità nella terza secondaria di I grado) e una dimensione cognitiva in cui vengono specificati i domini o i processi di pensiero da analizzare (cioè la conoscenza, l'applicazione, il ragionamento). I domini cognitivi descrivono insiemi di comportamenti che ci si aspetta dagli studenti quando lavorano con la matematica.

I domini dei contenuti e i domini cognitivi sono le basi delle valutazioni dell'indagine TIMSS 2007 per le classi quarta primaria e terza secondaria di I grado. I domini dei contenuti sono diversi per le due classi e riflettono ampiamente la natura e la difficoltà della matematica insegnata in ciascuna di queste classi.

Nella quarta primaria c'è una maggiore enfasi sui numeri rispetto alla terza secondaria di I grado. Nella terza secondaria di I grado, due dei quattro domini dei contenuti sono geometria e algebra, ma poiché la geometria e l'algebra generalmente non

vengono insegnate come materie formali nella scuola primaria, il dominio analizzato nella quarta primaria è incentrato sulle figure geometriche e sulle misure, e all'interno dei numeri sono inclusi i concetti introduttivi dell'algebra. Nella quarta primaria il dominio relativo ai dati è incentrato sulla lettura e la rappresentazione dei dati, mentre nella terza secondaria di I grado viene data maggiore enfasi all'interpretazione dei dati e ai principi fondamentali della probabilità (definita "opportunità").

I domini cognitivi sono identici per entrambe le classi e comprendono una serie di processi cognitivi utilizzati durante lo studio della matematica e la risoluzione dei problemi durante gli anni scolastici della scuola primaria e i primi anni della scuola secondaria.

La figura 2 mostra le percentuali dei tempi delle prove dedicate a ciascun dominio dei contenuti o cognitivo per entrambe le valutazioni nelle classi quarta primaria e terza secondaria di I grado.

Figura 2: Percentuali dei tempi per le prove di matematica nel TIMSS 2007 dedicate ai domini dei contenuti e ai domini cognitivi in quarta primaria e terza secondaria di I grado

Domini dei contenuti della quarta primaria		Percentuali
Numero		50%
Figure geometriche e misure		35%
Visualizzazione dati		15%
Domini dei contenuti della terza sec. I grado		Percentuali
Numero		30%
Algebra		30%
Geometria		20%
Dati e probabilità		20%
Domini cognitivi		
	Classe quarta primaria	Classe terza sec. I grado
Conoscenza	40%	35%
Applicazione	40%	40%
Ragionamento	20%	25%

Ciascun dominio dei contenuti ha diverse aree di argomenti (ad

esempio, *numero* nella terza secondaria di I grado è suddiviso in ulteriori categorie: numeri naturali, frazioni e decimali, numeri interi, rapporto, proporzione e percentuale). Ciascuna area di argomenti è presentata come un elenco di obiettivi perseguiti in molti paesi partecipanti sia per la classe quarta primaria sia per la classe terza secondaria di I grado, se ritenuto opportuno.

I domini dei contenuti e i domini cognitivi per la valutazione in matematica verranno illustrati dettagliatamente nelle sezioni seguenti. Verranno presentati prima i domini dei contenuti per la quarta primaria, seguiti da quelli per la terza secondaria di I grado. A seguire, i domini cognitivi, applicabili a entrambe le classi. Nell'Appendice B sono riportati alcuni esempi di quesiti e di compiti di matematica.

■ Domini dei contenuti di matematica – Classe quarta primaria

La figura 3 mostra i domini dei contenuti descritti nel quadro di riferimento di matematica per la classe quarta primaria e le percentuali dei tempi delle prove dedicati a ciascun dominio.

Figura 3: Percentuali dei tempi per le prove di matematica nel TIMSS 2007 dedicate ai domini dei contenuti nella classe quarta primaria

Domini dei contenuti della quarta primaria	Percentuali
Numero	50%
Figure geometriche e misure	35%
Visualizzazione dati	15%

I domini dei contenuti definiscono gli argomenti specifici di matematica valutati nel corso dell'indagine TIMSS 2007 nella classe quarta primaria. Ciascun dominio dei contenuti ha diverse aree di argomenti; ciascun argomento è presentato come un elenco di obiettivi perseguiti nei programmi di matematica nella maggioranza dei paesi partecipanti. Gli obiettivi specifici di questa classe sono redatti in base alle conoscenze e alle abilità degli studenti che gli item, allineati con tali obiettivi, devono far emergere. Le sezioni seguenti descrivono ciascuno dei domini dei contenuti di matematica nella classe quarta primaria.

Numero

Il dominio dei contenuti *numero* per la classe quarta include la comprensione del valore posizionale, i diversi modi di rappresentare i numeri e le relazioni tra i numeri. Nella classe quarta primaria gli studenti dovrebbero: aver sviluppato il senso dei numeri e la fluidità di calcolo, capire i significati delle operazioni e le rispettive relazioni, essere in grado di usare i numeri e le operazioni (ad esempio addizione,

sottrazione, moltiplicazione e divisione) per risolvere i problemi. Dovrebbero avere una certa familiarità con una gamma di sequenze numeriche, riuscire a scoprire le relazioni tra i numeri che si trovano all'interno della sequenza o che sono utilizzati per generarla.

Il dominio *numero* consta delle conoscenze e delle abilità correlate a quattro aree di argomenti:

- numeri naturali;
- frazioni e decimali;
- espressioni numeriche;
- sequenze e relazioni.

Lavorare con i numeri naturali è il fondamento della matematica nella scuola primaria poiché i numeri naturali costituiscono una facile introduzione alle operazioni con i numeri, basilari per lo sviluppo della matematica. Il quadro di riferimento dei contenuti TIMSS 2007 riflette questo concetto. La maggior parte dei bambini impara a contare presto ed è in grado di risolvere semplici problemi di addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione durante i primi cinque anni di scuola. Gli studenti della classe quarta primaria dovrebbero essere in grado di eseguire calcoli con numeri naturali di grandezza ragionevole, stimare somme, differenze, prodotti, quozienti e utilizzare calcoli per risolvere problemi.

Inoltre gli studenti dovrebbero essere in grado di utilizzare la loro padronanza con i numeri per capire le relazioni tra le unità di misura e passare da un'unità all'altra. Tali relazioni dovrebbero comprendere i multipli di 10 compresi nel sistema metrico di misura e altri sistemi familiari, come le relazioni tra i secondi, i minuti, le ore e i giorni.

Nella classe quarta primaria, anche i concetti e le abilità pre-algebriche sono inclusi nelle valutazioni TIMSS. L'attenzione è concentrata sul tipo di conoscenze che serviranno in seguito a sviluppare il ragionamento algebrico in modo più formale. Sono incluse le conoscenze correlate con le equazioni semplici - sottoforma di espressioni numeriche - e con le sequenze numeriche.

Gli studenti dovrebbero esercitarsi con le espressioni numeriche e individuare i termini mancanti all'interno delle espressioni, lavorare con

l'idea di scoprire un valore sconosciuto e utilizzare le espressioni numeriche per modellizzare situazioni semplici che includono una delle quattro operazioni. Dovrebbero esaminare sequenze di numeri, per scoprire le relazioni che le legano e per individuare o utilizzare le regole che li hanno generati.

Nell'area delle frazioni comuni e delle frazioni decimali, l'attenzione si concentra sulla rappresentazione delle frazioni e sulla comprensione delle quantità rappresentate dai simboli. Nella classe quarta primaria, gli studenti dovrebbero saper mettere a confronto frazioni e decimali familiari.

Numero: numeri naturali

1. Rappresentare numeri naturali usando parole, diagrammi o simboli.
2. Dimostrare la conoscenza del valore posizionale, riconoscere e scrivere numeri in forma estesa.
3. Confrontare e ordinare numeri naturali.
4. Conoscere le quattro operazioni (+, -, ×, :) ed eseguire calcoli con numeri naturali.
5. Riconoscere multipli e divisori di numeri; saper leggere peso e temperatura in scale contrassegnate in multipli.
6. Eseguire calcoli mediante approssimazione dei numeri interessati.
7. Risolvere problemi, inclusi quelli che hanno a che fare con contesti della vita reale (ad esempio, problemi che riguardano misure e soldi).
8. Risolvere problemi che contengono proporzioni.

Numero: frazioni e decimali

1. Riconoscere le frazioni come parti di un'unità, parti di un insieme, posizioni sulla retta dei numeri e divisioni di numeri naturali.
2. Rappresentare le frazioni utilizzando parole, numeri o modelli.

3. Identificare le frazioni equivalenti; confrontare e ordinare frazioni.
4. Sommare e sottrarre semplici frazioni.
5. Dimostrare la conoscenza del valore posizionale dei decimali, inclusa la capacità di scrivere decimali utilizzando parole e numeri.
6. Sommare e sottrarre decimali.
7. Risolvere problemi con semplici frazioni o decimali.

Nota: le frazioni della classe quarta primaria avranno come denominatori 2, 3, 4, 5, 8, o 10. I decimali della classe quarta primaria includeranno decimi e centesimi.

Numero: espressioni numeriche con numeri naturali

1. Trovare il numero o l'operazione mancante in un'espressione numerica (ad esempio, se $17 + _ = 29$, qual è il numero mancante che rende vera l'espressione?).
2. Modellizzare situazioni semplici contenenti incognite con espressioni numeriche.

Numero: sequenze e relazioni

1. Estendere le sequenze e individuare termini mancanti.
2. Descrivere relazioni tra termini adiacenti in una sequenza oppure tra il numero indicante il termine nella sequenza e il termine stesso.
3. Generare coppie di numeri naturali che seguono una determinata regola (ad esempio, moltiplica il primo numero per 3 e aggiungi 2 per ottenere il secondo numero).
4. Scrivere o scegliere la regola di una relazione, deducendola da alcune coppie di numeri naturali che soddisfano la relazione.

Figure geometriche e misure

Il dominio *figure geometriche e misure* comprende le proprietà delle figure geometriche, ad esempio la lunghezza dei lati, le dimensioni degli

angoli, le aree e i volumi. Gli studenti dovrebbero essere in grado di identificare e analizzare le proprietà e le caratteristiche di rette, angoli e di un certo numero di figure geometriche, compresi i solidi e le figure piane, e fornire spiegazioni basate su relazioni geometriche. Questo dominio include la comprensione di sistemi di coordinate non formali e l'uso delle abilità di visualizzazione spaziale per mettere in relazione un solido e la relativa rappresentazione piana.

Le tre aree di argomenti delle *figure geometriche e misure* sono:

- rette e angoli;
- solidi e figure piane;
- posizione e movimento.

Il senso dello spazio è parte integrante dello studio e della valutazione in geometria. Nella classe quarta primaria, agli studenti verrà richiesto di descrivere, raffigurare e disegnare un certo numero di figure geometriche, inclusi angoli, rette, triangoli, quadrilateri e altri poligoni. Gli studenti dovrebbero essere in grado di comporre e scomporre forme composte. Dovrebbero essere in grado di riconoscere assi di simmetria, disegnare figure simmetriche e descrivere rotazioni e riflessioni.

Nella classe quarta primaria, le competenze che gli studenti dovrebbero aver acquisito includono l'uso di strumenti e mezzi per misurare le caratteristiche fisiche, come la lunghezza, l'area, il volume e gli angoli. Sapere quali unità di misura utilizzare in particolari contesti dovrebbe mettere in evidenza le loro abilità di misurazione. Inoltre gli studenti di questa classe dovrebbero essere in grado di utilizzare approssimazioni, stime, e semplici formule per calcolare aree e perimetri di quadrati e di rettangoli.

Figure geometriche e misure: rette e angoli

1. Misurare e stimare lunghezze.
2. Identificare e disegnare rette parallele e perpendicolari.
3. Confrontare angoli in base alle dimensioni e disegnare angoli (ad esempio, angoli retti, angoli maggiori o minori)

dell'angolo retto).

Figure geometriche e misure: solidi e figure piane

1. Identificare le figure geometriche comuni.
2. Conoscere, descrivere e utilizzare proprietà elementari di figure geometriche.
3. Classificare e confrontare le figure geometriche (ad esempio, in base alla forma, alle dimensioni o alle proprietà).
4. Riconoscere le relazioni tra solidi e le relative rappresentazioni piane.
5. Calcolare aree e perimetri di quadrati e di rettangoli di determinate dimensioni.
6. Determinare e stimare aree e volumi (ad esempio, coprendo con una determinata forma oppure individuando l'area racchiusa).

Figure geometriche e misure: posizione e movimento

1. Utilizzare sistemi di coordinate non formali per individuare punti su un piano.
2. Riconoscere e disegnare figure con assi di simmetria.
3. Riconoscere e disegnare riflessioni e rotazioni di figure.

Visualizzazione dati

Il dominio dei contenuti *visualizzazione dati* comprende la lettura e l'interpretazione di rappresentazione di dati. Comprende anche l'organizzazione dei dati raccolti e la loro rappresentazione con grafici e tabelle, che saranno utili per rispondere alle domande scaturite dalla raccolta dei dati. Gli studenti dovrebbero essere in grado di confrontare le caratteristiche dei dati e trarre le conclusioni basandosi sulla loro rappresentazione.

Il dominio dei contenuti *dati* consta dei seguenti argomenti:

- lettura e interpretazione;
- organizzazione e rappresentazione.

Nella classe quarta primaria, gli studenti dovrebbero essere in grado di leggere diverse rappresentazioni dei dati. Inoltre gli studenti possono elaborare semplici piani di raccolta dati oppure lavorare con i dati raccolti da altri. Dovrebbero aver sviluppato abilità di rappresentazione dei dati ed essere in grado di riconoscere un certo numero di forme di rappresentazione dei dati.

Visualizzazione dati: lettura e interpretazione

1. Leggere dati da tabelle, pittogrammi, istogrammi e aerogrammi.
2. Confrontare le informazioni ricavate da insiemi di dati correlati (ad esempio, dati specifici o rappresentazioni di dati sul gusto preferito di gelato in quattro o più "classi", identificare la "classe cioccolato" come il gusto più popolare).
3. Utilizzare le informazioni ricavate da rappresentazioni di dati per rispondere a domande che vanno oltre la lettura diretta dei dati rappresentati (ad esempio, combinare dati, eseguire calcoli basati sui dati, trarre conclusioni e fare previsioni).

Visualizzazione dei dati: organizzazione e rappresentazione

1. Confrontare e correlare rappresentazioni diverse degli stessi dati.
2. Organizzare e rappresentare dati mediante tabelle, pittogrammi e istogrammi.

Dominio dei contenuti di matematica – Classe terza secondaria di primo grado

La figura 4 mostra i domini dei contenuti descritti nel quadro di riferimento di matematica per la classe terza secondaria di primo grado e le percentuali dei tempi delle prove dedicati a ciascun dominio.

Figura 4: Percentuali dei tempi per le prove di matematica nel TIMSS 2007 dedicate ai domini dei contenuti nella classe terza secondaria di primo grado

Domini dei contenuti della terza sec. I grado	Percentuali
Numero	30%
Algebra	30%
Geometria	20%
Dati e probabilità	20%

I domini dei contenuti definiscono gli argomenti specifici di matematica valutati nel corso dell'indagine TIMSS 2007 nella terza secondaria di I grado. Ciascun dominio dei contenuti ha diverse aree di argomenti; ciascuna area è presentata come un elenco di obiettivi perseguiti dai programmi di matematica nella maggioranza dei paesi partecipanti. Gli obiettivi specifici sono redatti in base alle conoscenze e alle abilità degli studenti che gli item, allineati con tali obiettivi, devono far emergere. A volte l'enunciazione degli obiettivi è simile o identica per le classi quarta primaria e terza secondaria di primo grado. In questi casi, la progressione nell'apprendimento tra le due classi è stabilita dalla difficoltà dei quesiti utilizzati. Le sezioni seguenti descrivono ciascuno dei domini dei contenuti di matematica nella classe terza secondaria di primo grado.

Numero

Il dominio dei contenuti *numero* riguarda la comprensione dei numeri, i diversi modi di rappresentare i numeri, le relazioni tra numeri e sistemi di numerazione. Nella classe terza secondaria di I grado gli studenti dovrebbero aver sviluppato il senso del numero e una certa fluidità nei calcoli, capire il significato delle operazioni e le rispettive relazioni ed essere in grado di usare numeri e operazioni per risolvere problemi.

Il dominio dei contenuti *numero* consta delle conoscenze e delle abilità correlate a:

- numeri naturali;
- frazioni e decimali;
- numeri interi;
- rapporto, proporzione e percentuale.

Nei calcoli l'attenzione è focalizzata sulle frazioni e sui numeri decimali, anziché sui numeri naturali. Nelle frazioni e nei numeri decimali, l'attenzione è poi focalizzata sulla rappresentazione e conversione tra forme, sulla comprensione delle quantità rappresentate dai simboli, sul calcolo e sulla soluzione dei problemi. Dalla classe terza secondaria di primo grado, gli studenti dovrebbero essere in grado di lavorare in modo disinvolto con le frazioni equivalenti, i decimali e le percentuali utilizzando un certo numero di strategie.

Gli studenti dovrebbero aver esteso le loro conoscenze matematiche dai numeri naturali a quelli interi, compresi l'ordine e la grandezza, e alle operazioni con i numeri interi. Inoltre, gli studenti dovrebbero essere in grado di lavorare con percentuali e proporzioni e utilizzare il ragionamento proporzionale per risolvere i problemi.

Agli studenti verrà richiesto di risolvere problemi di routine e non di routine, problemi che fanno riferimento a contesti quotidiani e problemi in cui la matematica stessa è il contesto. Alcuni problemi comprendono calcoli con una serie di misure e unità di misura.

Numero: numeri naturali

1. Dimostrare la conoscenza di valori posizionali e delle quattro operazioni.
2. Trovare e utilizzare multipli o divisori di numeri, leggere scale e identificare numeri primi.
3. Applicare la proprietà commutativa, associativa e distributiva.
4. Calcolare potenze di numeri, radici quadrate e quadrati perfetti fino a 144.
5. Risolvere problemi mediante calcoli, stime o approssimazioni.

Numero: frazioni e decimali

1. Confrontare e ordinare frazioni e decimali.
2. Dimostrare la conoscenza dei valori posizionali dei decimali.
3. Rappresentare decimali, frazioni, operazioni con decimali e frazioni utilizzando modelli (ad esempio, retta dei numeri); identificare e usare tali rappresentazioni.
4. Riconoscere e scrivere frazioni equivalenti.
5. Convertire le frazioni in decimali e viceversa.
6. Eseguire calcoli con frazioni e decimali.
7. Risolvere problemi mediante calcoli, stime e approssimazioni.

Numero: numeri interi

1. Rappresentare, confrontare, ordinare ed eseguire calcoli con numeri interi.
2. Risolvere problemi con numeri interi.

Numero: rapporto, proporzione e percentuale

1. Identificare e trovare rapporti equivalenti; esprimere rapporti.
2. Dividere una quantità in un dato rapporto.

3. Convertire percentuali in frazioni o decimali e viceversa.
4. Risolvere problemi che includono percentuali e proporzioni.

Algebra

Anche se le relazioni funzionali e le rispettive applicazioni per la modellizzazione e per la soluzione di problemi sono di interesse primario, è comunque importante valutare il livello di apprendimento delle conoscenze e delle abilità di base. Il dominio dei contenuti *algebra* comprende il riconoscimento e l'estensione di sequenze mediante l'uso di simboli algebrici per rappresentare situazioni matematiche, lo sviluppo, con una certa fluidità, di espressioni equivalenti e la risoluzione di equazioni lineari.

Le principali aree di argomenti sono:

- sequenze;
- espressioni algebriche;
- equazioni/formule e funzioni.

A questo livello di studi i concetti algebrici sono relativamente formalizzati e gli studenti dovrebbero aver sviluppato conoscenze sulle relazioni lineari e sul concetto di variabile. Gli studenti dovrebbero essere in grado di utilizzare e semplificare formule algebriche, risolvere equazioni di primo grado, disequazioni, sistemi di equazioni con due variabili e utilizzare un certo numero di funzioni. Dovrebbero essere in grado di risolvere problemi del mondo reale usando modelli algebrici e spiegare relazioni che comprendono concetti algebrici.

Algebra: sequenze

1. Estendere sequenze o successioni numeriche, algebriche e geometriche utilizzando numeri, parole, simboli, o diagrammi; trovare i termini mancanti.
2. Generalizzare relazioni di sequenza all'interno di una successione o tra termini adiacenti, o tra il numero del termine nella sequenza e il termine stesso, utilizzando numeri, parole o espressioni algebriche.

Algebra: espressioni algebriche

1. Trovare somme, prodotti e potenze di espressioni contenenti variabili.
2. Risolvere espressioni per determinati valori numerici delle variabili.
3. Semplificare o confrontare espressioni algebriche per determinare l'equivalenza.
4. Modellizzare situazioni mediante espressioni.

Algebra: equazioni/formule e funzioni

1. Valutare equazioni/formule per determinati valori delle variabili.
2. Indicare se un valore (o più valori) soddisfano una data equazione/formula.
3. Risolvere semplici equazioni di primo grado, disequazioni e sistemi di equazioni (con due variabili).
4. Riconoscere e scrivere equazioni di primo grado, disequazioni, sistemi di equazioni o funzioni che modellizzano determinate situazioni.
5. Riconoscere e generare rappresentazioni equivalenti di funzioni sotto forma di coppie ordinate, tabelle, grafici o parole.
6. Risolvere problemi utilizzando equazioni/formule e funzioni.

Geometria

Gli studenti della classe terza secondaria di primo grado dovrebbero essere in grado di analizzare le proprietà e le caratteristiche di un certo numero di solidi e figure piane, inclusi lunghezze di lati e dimensioni di angoli, e fornire spiegazioni basate su relazioni geometriche. Dovrebbero essere in grado di applicare il teorema di Pitagora per risolvere problemi. Si dovrebbe focalizzare l'attenzione sull'uso delle proprietà geometriche e sulle rispettive relazioni.

Oltre a comprendere le proprietà e le relazioni geometriche, gli studenti dovrebbero essere anche competenti nella misurazione in geometria, usando opportunamente strumenti, facendo delle stime, dove

necessario, scegliendo e utilizzando formule per calcolare perimetri, aree e volumi. L'area dei contenuti *geometria* include inoltre la conoscenza di rappresentazioni di coordinate e l'uso di abilità di visualizzazione spaziale per passare dalle figure piane ai solidi e alle rispettive rappresentazioni. Gli studenti dovrebbero essere in grado di usare la simmetria e applicare trasformazioni per analizzare situazioni matematiche.

Le tre aree di argomenti nel dominio *geometria* sono:

- figure geometriche;
- misure geometriche;
- posizione e movimento.

Il senso dello spazio è parte integrante dello studio della geometria e della valutazione in essa. La sfera cognitiva si estende dalla realizzazione di disegni e costruzioni al ragionamento matematico su combinazioni di forme e trasformazioni. Agli studenti verrà richiesto di descrivere, rappresentare, disegnare e costruire un certo numero di figure geometriche, compresi angoli, rette, triangoli, quadrilateri e altri poligoni. Gli studenti dovrebbero essere in grado di comporre, scomporre e analizzare forme composte. A questo livello di studi, dovrebbero essere in grado di interpretare e creare viste laterali e dall'alto di oggetti e usare le loro conoscenze in termini di similitudini e congruenze per risolvere problemi.

Gli studenti dovrebbero essere in grado di utilizzare il piano cartesiano per individuare punti e rette. Dovrebbero essere in grado di individuare assi di simmetria e disegnare figure simmetriche. Dovrebbero conoscere ed essere in grado di descrivere rotazioni, traslazioni e riflessioni in termini matematici (ad esempio, centro, direzione e angolo).

Man mano che progrediscono nel loro percorso scolastico, gli studenti devono applicare il ragionamento proporzionale in contesti geometrici e stabilire i primi collegamenti tra geometria e algebra. Dovrebbero inoltre essere in grado di risolvere i problemi utilizzando modelli geometrici e spiegare relazioni che implicano concetti geometrici.

Geometria: figure geometriche

1. Classificare angoli come acuti, retti, piani, ottusi e concavi (più di 180°); disegnare tali angoli.
2. Conoscere e utilizzare le relazioni di angoli in un punto, di angoli su una retta, di angoli verticalmente opposti, di angoli associati a una trasversale che interseca rette parallele, di bisezione di angoli e di perpendicolarità.
3. Ricordare e applicare le proprietà delle figure geometriche: triangoli, quadrilateri e altri poligoni comuni.
4. Costruire o disegnare triangoli o rettangoli di determinate dimensioni.
5. Identificare triangoli congruenti, quadrilateri e le misure corrispondenti.
6. Identificare triangoli simili e ricordare le loro proprietà.
7. Riconoscere le relazioni tra solidi e le relative rappresentazioni piane (ad esempio, proiezioni o prospettive piane di oggetti tridimensionali).
8. Utilizzare il teorema di Pitagora (senza dimostrazione) per risolvere problemi.
9. Applicare proprietà geometriche per risolvere problemi.

Nota: i quesiti sulle figure geometriche per la classe terza secondaria di I grado includeranno il cerchio; i seguenti triangoli - scaleno, isoscele, equilatero e rettangolo; i seguenti quadrilateri - scaleno, trapezio, parallelogramma, rettangolo, rombo e quadrato; ma anche altri poligoni come pentagono, esagono, ottagono e decagono.

Geometria: misure geometriche

1. Misurare, disegnare e stimare la grandezza di un determinato angolo.
2. Misurare, disegnare e stimare la lunghezza di linee, perimetri, aree e volumi.
3. Scegliere e utilizzare formule di misurazione appropriate per perimetri, circonferenze, aree di cerchi, superfici totali e volumi.

4. Trovare misure di aree irregolari o composte (ad esempio, usando carta quadrettata o sezionando e ricomponendo i pezzi).

Geometria: posizione e movimento

1. Usare coppie ordinate, equazioni, intercette, intersezioni e gradiente per individuare punti e rette in un piano cartesiano.
2. Riconoscere e usare la simmetria rotazionale e lineare per figure piane, ad esempio per disegnare figure simmetriche.
3. Riconoscere o dimostrare con schizzi, traslazioni, riflessioni e rotazioni.

Dati e probabilità

Il dominio dei contenuti *dati e probabilità* comprende la conoscenza di come si devono organizzare i dati raccolti autonomamente o da altri e di come rappresentare i dati in grafici e tabelle che saranno utili per rispondere alle domande scaturite dalla raccolta dei dati. Questo dominio dei contenuti include la conoscenza delle problematiche correlate all'interpretazione errata di dati.

Il dominio dei contenuti *dati e probabilità* comprende le seguenti tre aree di argomenti:

- organizzazione e rappresentazione dei dati;
- interpretazione dei dati;
- probabilità.

Inoltre gli studenti possono elaborare semplici piani di raccolta dati oppure lavorare con dati raccolti da altri o generati da simulazioni. Dovrebbero capire che significato hanno i vari numeri, simboli e punti nelle rappresentazione dei dati. Ad esempio, dovrebbero riconoscere che alcuni numeri rappresentano i valori dei dati e altri rappresentano la frequenza con cui ricorrono quei valori. Gli studenti dovrebbero

sviluppare abilità nella rappresentazione dei loro dati, utilizzando spesso istogrammi, tabelle o grafici lineari. Dovrebbero essere in grado di riconoscere e confrontare i valori relativi ai vari tipi di rappresentazioni.

Gli studenti dovrebbero essere in grado di descrivere e confrontare le caratteristiche dei dati (forma, diffusione e tendenza) e trarre conclusioni basandosi sulla rappresentazione dei dati. Gli studenti dovrebbero essere in grado di identificare tendenze, di fare previsioni basate su dati e di valutare l'attendibilità delle interpretazioni.

La comprensione della "opportunità" (probabilità elementari) da parte degli studenti della terza secondaria di primo grado dovrebbe includere la capacità di designare il verificarsi di eventi familiari come certi, aventi una probabilità maggiore, uguale o minore o come impossibili. Gli studenti dovrebbero essere inoltre in grado di utilizzare i dati ricavati da esperimenti o riconoscere risultati con lo stesso livello di probabilità per prevedere il verificarsi di un determinato risultato.

Dati e probabilità: organizzazione e rappresentazione di dati

1. Leggere dati da tabelle, pittogrammi, istogrammi, aerogrammi e grafici lineari.
2. Organizzare e rappresentare dati utilizzando tabelle, pittogrammi, istogrammi, aerogrammi e grafici lineari.
3. Confrontare e correlare rappresentazioni diverse degli stessi dati.

Dati e probabilità: interpretazione di dati

1. Identificare, calcolare e confrontare caratteristiche di insiemi di dati, compresi media, mediana, intervallo e forma della distribuzione (in termini generali).
2. Usare e interpretare un insieme di dati per rispondere a domande e risolvere problemi (ad esempio, trarre conclusioni, fare previsioni e stimare valori tra i punti (dati) forniti e oltre questi).

3. Riconoscere e descrivere modi di organizzare e rappresentare dati che potrebbero essere erroneamente interpretati (ad esempio, raggruppamenti impropri, scale ingannevoli o distorte).

Dati e probabilità: probabilità

1. Stimare "l'opportunità" di un risultato come certa, più probabile, ugualmente probabile, meno probabile o impossibile.
2. Usare dati ricavati da esperimenti per predire le probabilità di futuri risultati.
3. Dato un contesto, usare le probabilità di un particolare risultato per risolvere problemi; determinare le probabilità di possibili risultati (ad esempio, un particolare lato di un dado ha una probabilità su sei di fermarsi rivolto verso l'alto quando viene gettato).

Istruzioni per l'uso della calcolatrice tascabile

La tecnologia sottoforma di calcolatrici e computer può aiutare gli studenti durante lo studio della matematica, ma non dovrebbe essere usata per sostituire le conoscenze e le competenze basilari. Come ogni strumento di insegnamento, le calcolatrici devono essere usate in modo appropriato e le politiche sul loro utilizzo sono diverse tra gli stati partecipando al TIMSS. Inoltre la disponibilità di calcolatrici varia ampiamente. Non sarebbe equo richiedere l'uso della calcolatrice nei paesi in cui gli studenti potrebbero non averla mai utilizzata. Allo stesso modo non sarebbe giusto privare gli studenti dell'uso di uno strumento familiare.

Dopo un ampio dibattito su tale problematica, l'indagine TIMSS 2003 introdusse l'uso della calcolatrice nelle prove di matematica per la classe terza secondaria di I grado. Per i quesiti sviluppati di recente, non sono richieste le calcolatrici, ma sono consentite se i paesi partecipanti intendono permettere ai loro studenti di usarle. Uno studio condotto nel contesto dell'indagine TIMSS 2003, in cui furono consegnati gli stessi item in due sessioni distinte, una senza l'uso della calcolatrice e, successivamente, una con l'uso della calcolatrice, ha

evidenziato che, pur non avendo preparato gli item specificatamente con questo obiettivo, a tutte le domande era possibile rispondere con la stessa facilità anche senza l'uso della calcolatrice. Cioè, i risultati delle due sessioni, con e senza l'uso della calcolatrice, non sono stati significativamente diversi, per tutti gli item somministrati eccetto 5. Inoltre, degli studenti che avevano la calcolatrice (63%), la maggior parte (47%) ha dichiarato che, pur avendola, l'avevano utilizzata molto poco o per nulla.

In base all'esperienza del TIMSS 2003, per il TIMSS 2007 agli studenti della classe terza secondaria di primo grado sarà concesso di usare la calcolatrice per l'intera sessione di prove. Come nelle precedenti indagini TIMSS, agli studenti della classe quarta primaria non sarà permesso di usare la calcolatrice.

L'obiettivo delle istruzioni TIMSS sull'uso della calcolatrice è di dare agli studenti l'opportunità migliore di operare in contesti che rispecchiano l'esperienza vissuta in classe. Quindi, se gli studenti sono abituati ad avere la calcolatrice durante le loro attività in classe, il paese dovrebbe incoraggiarli a utilizzarla durante le prove. Invece, se gli studenti non sono abituati ad avere la calcolatrice oppure non è permesso loro di utilizzarla durante le lezioni quotidiane di matematica, il paese dovrebbe vietarne l'uso. Durante l'elaborazione dei nuovi materiali di valutazione, si faranno tutti gli sforzi necessari a garantire che i quesiti delle prove non vadano in alcun modo a vantaggio o a svantaggio degli studenti, con o senza calcolatrici.

■ Dominio cognitivo di Matematica – Classe quarta primaria e terza secondaria di primo grado

Per rispondere correttamente agli item dell'indagine TIMSS gli studenti devono avere una certa familiarità con i contenuti di matematica oggetto della valutazione, ma devono anche dimostrare di avere un certo numero di abilità cognitive. La descrizione di queste abilità gioca un ruolo cruciale durante lo sviluppo di un'indagine come quella del TIMSS 2007, poiché esse sono di estrema importanza nell'intento di garantire una copertura adeguata delle abilità cognitive attraverso i domini dei contenuti già delineati.

Il primo dominio, *conoscenza*, riguarda i fatti, le procedure e i concetti che gli studenti devono conoscere, mentre il secondo, *applicazione*, è incentrato sull'abilità degli studenti di applicare nozioni e conoscenze concettuali per risolvere problemi o rispondere a quesiti. Il terzo dominio, *ragionamento*, va oltre la soluzione di problemi di routine per includere situazioni non familiari, contesti complessi e problemi che richiedono una soluzione in più fasi.

Questi tre domini cognitivi sono usati per entrambe le classi, ma il bilanciamento dei tempi delle prove è diverso, e rispecchia la differenza di età e di esperienza degli studenti nelle due classi. Per ambedue le classi, ciascun dominio dei contenuti includerà item sviluppati per valutare gli studenti in ciascuno dei tre domini cognitivi. Ad esempio, il dominio *numero* includerà item di conoscenza, applicazione e ragionamento, così come per gli altri domini dei contenuti.

La figura 5 mostra le percentuali dei tempi delle prove dedicate a ciascun dominio cognitivo per entrambe le classi quarta primaria e terza secondaria di I grado.

Figura 5: Percentuali dei tempi per le prove di matematica nel TIMSS 2007 dedicate ai domini cognitivi nelle classi quarta primaria e terza secondaria di I grado

Domini dei contenuti	Percentuali	
	Classe quarta primaria	Classe terza sec. I grado
Conoscenza	40%	35%
Applicazione	40%	40%
Ragionamento	20%	25%

Conoscenza

La facilità a usare la matematica o al ragionamento in situazioni matematiche dipende dalla conoscenza della matematica e dalla familiarità con i concetti matematici. Maggiori sono le conoscenze che uno studente è in grado di ricordare, più estesa sarà la gamma di concetti che ha acquisito, più grandi saranno le sue potenziali capacità di risolvere problemi e sviluppare conoscenze matematiche.

Senza l'accesso a una base di conoscenza che permetta facilmente di ricordare linguaggio, fatti basilari e convenzioni dei numeri, rappresentazioni simboliche e relazioni spaziali, gli studenti potrebbero ritenere che un ragionamento matematico significativo è impossibile. I fatti includono la conoscenza effettiva che fornisce il linguaggio base della matematica, i fatti matematici essenziali e le proprietà che formano il fondamento del pensiero matematico.

Le procedure formano un ponte tra le conoscenze basilari e l'uso della matematica per risolvere problemi di routine, specialmente quelli incontrati, da molte persone, nella vita quotidiana. In sostanza, un uso fluido delle procedure implica il ricordo di un insieme di azioni e di come eseguirle. È necessario che gli studenti siano efficienti e precisi nell'uso di un certo numero di procedure e strumenti di calcolo. Devono osservare che particolari procedure si possono usare per risolvere intere classi di problemi, non solo singoli problemi.

La conoscenza di concetti permette agli studenti di fare collegamenti tra elementi della conoscenza che altrimenti, nella migliore delle ipotesi, potrebbero essere ricordati come fatti isolati. Ciò permette loro di estendere le conoscenze attuali, di giudicare la validità di enunciazioni e metodi matematici, e di creare rappresentazioni matematiche.

Il dominio cognitivo considera i seguenti comportamenti:

1. Ricordare	Ricordare definizioni, terminologia, proprietà dei numeri, proprietà geometriche e notazioni (ad esempio, $a \times b = ab$, $a + a + a = 3a$).
2. Riconoscere	Riconoscere oggetti matematici, forme, numeri ed espressioni. Riconoscere entità matematiche che sono matematicamente equivalenti (ad esempio, frazioni equivalenti, decimali e percentuali; diversi orientamenti di figure geometriche semplici).
3. Eeguire calcoli	Svolgere procedure algoritmiche per $+$, $-$, \times , $:$, o una combinazione di queste con numeri naturali, frazioni, decimali e numeri interi. Approssimare numeri per stimare calcoli. Svolgere procedure algebriche di routine.
4. Recuperare	Recuperare informazioni da grafici, tabelle o altre fonti; leggere semplici scale.
5. Misurare	Usare strumenti di misurazione; usare in modo appropriato unità di misura e stimare misure.
6. Classificare/ Ordinare	Classificare/raggruppare oggetti, forme, numeri ed espressioni secondo proprietà comuni; prendere decisioni corrette sull'appartenenza a una classe; ordinare numeri e oggetti in base agli attributi.

Applicazione

Obiettivo centrale, e spesso metodo, dell'insegnamento della matematica a scuola è la soluzione dei problemi che, insieme alle abilità di sup-

porto (ad esempio, scegliere, rappresentare, modellizzare), mette in gioco nel dominio *applicazione* soprattutto la conoscenza e la comprensione concettuale. Negli item appartenenti a questo dominio, gli studenti devono applicare la conoscenza matematica di fatti, le abilità e le procedure o la comprensione dei concetti matematici per creare rappresentazioni e risolvere problemi. La rappresentazione di idee costituisce il cuore del pensiero matematico: la comunicazione e l'abilità di creare rappresentazioni equivalenti sono fondamentali per riuscire bene in questa disciplina.

Le impostazioni dei problemi sono più di routine rispetto a quelli appartenenti al dominio del ragionamento. I problemi di routine normalmente sono esercizi standard per la classe, preparati per fare pratica con metodi o tecniche particolari. Alcuni di questi problemi sono descritti da parole che collocano la situazione in un contesto quasi-reale. Anche se si differenziano per difficoltà, si prevede che ciascuno di questi problemi, tipo "libro di testo", sia sufficientemente familiare agli studenti, che dovranno essenzialmente scegliere ed applicare le procedure apprese.

I problemi possono essere ambientati in situazioni di vita reale oppure possono riguardare soltanto questioni matematiche includendo, ad esempio, espressioni numeriche o algebriche, funzioni, equazioni, figure geometriche o insiemi di dati statistici. Quindi, il risolvere problemi è incluso non solo nel dominio *applicazione*, con maggior enfasi sugli esercizi più familiari e di routine, ma anche nel dominio *ragionamento*.

Il dominio cognitivo considera i seguenti comportamenti:

1. Scegliere	Scegliere un'operazione efficiente/appropriata, un metodo o una strategia per risolvere problemi in cui è presente un algoritmo o un metodo di soluzione noto.
2. Rappresentare	Rappresentare informazioni matematiche e dati in diagrammi, tabelle, tavole o grafici e generare rappresentazioni equivalenti di una data entità o relazione matematica.

3. Modellizzare	Generare un modello appropriato, come un'equazione o un diagramma per risolvere un problema di routine.
4. Implementare	Seguire ed eseguire una serie di istruzioni matematiche. Disegnare figure e forme, date le specifiche.
5. Risolvere problemi di routine	Risolvere problemi di routine (ad esempio, problemi simili a quelli che gli studenti hanno probabilmente incontrato in classe). Ad esempio, usare proprietà geometriche per risolvere problemi. Confrontare e correlare diverse rappresentazioni di dati (classe terza secondaria di primo grado) e usare dati ricavati da diagrammi, tabelle, grafici e mappe per risolvere problemi di routine.

Ragionamento

Il ragionamento matematico riguarda la capacità di pensare in modo logico e sistematico. Include il ragionamento intuitivo e induttivo basato su schemi e regolarità che si possono usare per arrivare alla soluzione di problemi non di routine. I problemi non di routine sono probabilmente molto poco familiari agli studenti, poiché la loro soluzione implica richieste cognitive ben diverse da quelle necessarie per la soluzione di problemi di routine, anche se gli studenti hanno già appreso le conoscenze e le abilità richieste per la loro soluzione. I problemi non di routine potrebbero essere puramente matematici o potrebbero riguardare la vita reale. Entrambi i tipi di item includono il trasferimento di conoscenze e abilità a nuove situazioni, e le interazioni tra le abilità di ragionamento sono di solito una caratteristica. I problemi che richiedono un ragionamento potrebbero essere risolti in modi diversi, a causa della novità del contesto, della complessità della situazione o perché qualsiasi soluzione del proble-

ma richiede numerose operazioni e forse la necessità di attingere a nozioni e conoscenze appartenenti ad aree diverse della matematica.

Anche se tra i numerosi comportamenti elencati all'interno del dominio *ragionamento* ci sono quelli in cui si richiede di riflettere e risolvere problemi nuovi o complessi, ciascuno singolarmente rappresenta un prezioso risultato dell'insegnamento della matematica, con il potenziale di influenzare a livello più generale il pensiero degli allievi. Ad esempio, il ragionamento include l'abilità di osservare e fare congetture. Include inoltre fare deduzioni logiche, basate su specifici presupposti e regole, e giustificare i risultati.

Il dominio cognitivo considera i seguenti comportamenti:

-
- | | |
|-------------------------|--|
| 1. Analizzare | Determinare e descrivere o utilizzare relazioni tra variabili o oggetti in situazioni matematiche; usare il ragionamento proporzionale (classe quarta primaria); scomporre figure geometriche per semplificare la soluzione di un problema; disegnare il reticolo di un determinato solido non familiare; rappresentare trasformazioni di solidi; confrontare e correlare rappresentazioni diverse degli stessi dati (classe quarta primaria) e fare deduzioni valide da determinate informazioni. |
| 2. Generalizzare | Estendere il dominio a cui è possibile applicare il risultato del pensiero matematico e la soluzione del problema, riformulando i risultati in termini più generali e applicabili su una scala più ampia. |
-

<p>3. Sintetizzare/ Integrare</p>	<p>Combinare (varie) procedure matematiche per stabilire e combinare risultati per produrre un ulteriore risultato. Fare collegamenti tra elementi diversi di conoscenza e rappresentazioni correlate e fare collegamenti tra idee matematiche correlate.</p>
<p>4. Giustificare</p>	<p>Fornire una giustificazione per la veridicità o falsità di un'affermazione facendo riferimento a risultati o proprietà matematiche.</p>
<p>5. Risolvere problemi non di routine</p>	<p>Risolvere problemi in contesti matematici o riguardanti la vita reale molto probabilmente poco familiari agli studenti e applicare procedure matematiche in contesti non familiari o complessi. Usare proprietà geometriche per risolvere problemi non di routine.</p>